PREMIER MINISTRE

Commissariat général
à la stratégie
et à la prospective

Département
Développement durable

Juillet 2013

RAPPORTS
& DOCUMENTS

Calcul du surplus de l'usager

Contribution
David Meunier

Tome 2

Rapport
« L'évaluation socio-économique en période de transition »

Groupe de travail
présidé par Émile Quinet

Sommaire

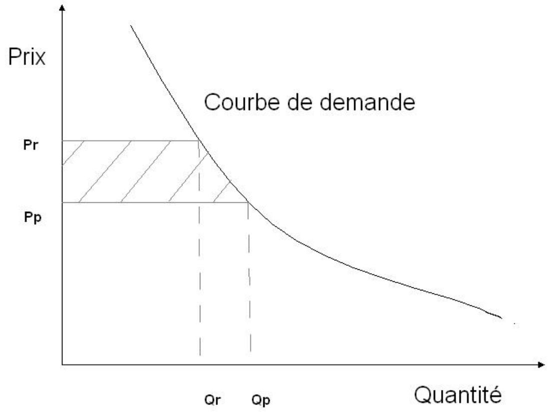
Ce chapitre traite des calculs de surplus de l'usager, part essentielle dans l'évaluation socio-économique des projets. Après une introduction intuitive à ce type de calcul, nous développons la question des eux types de calcul de surplus : le calcul de surplus « classique » utilisant les valeurs de référence, tout particulièrement les valeurs du temps, et le calcul de surplus à l'aide des fonctions d'utilité prises en compte par les modèles de trafic, qu'il est fortement souhaitable de développer, mais de façon robuste et avec précaution, les modèles de trafic actuellement disponibles, dans leur très grande majorité, s'y prêtant peu pour des raisons de conception technique et de modalités d'utilisation pratique (voir chapitre sur les modèles de trafic). Quand il sera possible de procéder aux deux calculs, une comparaison des deux résultats obtenus s'imposera.

Par ailleurs, diverses pistes de recherche sont identifiées sur ce sujet plus complexe qu'il n'y paraît à première vue.

1 Introduction intuitive aux calculs de surplus

Parmi les nombreuses manières d'introduire le surplus de l'usager, la plus simple est de partir des fonctions de demande et de se rattacher à la présentation classique de Jules Dupuit. Dans la présentation la plus simple et la plus générale, on considère la courbe de demande exprimant comment la quantité consommée d'un bien varie en fonction du prix du bien en question, les prix de tous les autres biens et le revenu du consommateur étant inchangés. Lorsque le prix du bien en question diminue, de Pr à Pp, il suffit, pour évaluer le surplus du consommateur, de considérer la variation de consommation du bien en cause, celui dont le prix change[1], et le surplus du consommateur est représenté par l'aire hachurée dans la figure ci-dessous.

Figure 1 : Courbe de demande et visualisation du surplus



Source : Auteur

Dans cette représentation graphique, la quantité du bien est représentée en fonction de la seule variation du prix du bien lui-même, mais en fait cette quantité dépend des prix des autres biens, et tout spécialement des prix des biens les plus « proches » substituts ou compléments.

(1) En fait les quantités consommées des autres biens varient, mais leur effet sur l'utilité du consommateur est du second ordre.

Dans le cas des transports, les quantités sont les trafics, soit de l'itinéraire, soit du mode, soit de la destination, et ils dépendent non seulement des prix mais aussi de la qualité de service, généralement représentée par les temps de trajet. Les relations entre ces grandeurs sont fournies par le modèle de trafic qui estime quels sont les trafics (par itinéraire, par mode, par destination) en fonction des prix et des temps de trajet[1], sous la forme :

Qi = Fi(P1, P2, …Pi, …, Pn ; T1, T2, …Ti, ….Tn) que nous noterons pour simplifier

Qi = Fi({Pj}, {Tj})

Le modèle de trafic décompose la demande totale en un certain nombre de segments afin d'obtenir des comportements suffisamment homogènes à l'intérieur d'un segment et différenciés entre les segments. Un segment correspondra, pour donner un exemple concret, au flux de déplacements pour motif professionnel entre la zone d'emploi A et la zone d'emploi B. Dans ce qui suit, sauf mention contraire, on se placera donc au niveau d'un segment de demande, auquel sont offertes n options pour effectuer son déplacement.

A partir de là, lorsqu'un investissement conduit à une diminution marginale du prix d'une et d'une seule option 1 de P1 à P1-dP1, le calcul du surplus est simple ; la variation de surplus dS est, au premier ordre : dS = F1*dP1

Lorsque la variation de prix n'est pas marginale, le surplus s'écrit par intégration, avec les hypothèses habituelles rendant licite cette intégration[2], sous la forme :

ΔS = ∫ F1*dP1 (E1)

La situation la plus fréquente est que l'investissement change non seulement le prix mais aussi le temps de trajet. Considérons le cas où seul le temps de trajet change, et diminue. Supposons pour simplifier que les temps de trajet interviennent sous la forme d'un coût généralisé de transport, avec une valeur du temps constante (voir l'encadré pour une forme plus générale). Alors la fonction de demande s'écrit :

Qi = Hi({Pj+h*Tj}) = Hi({CGj})

Les raisonnements et formules établis pour les prix s'appliquent aussi aux coûts généralisés et le surplus en cas de variation du temps de trajet ou de variation simultanée du prix et du temps de trajet de l'option 1 s'écrit :

ΔS = ∫ H1*dCG1 (E2)

De fait, dans ce cas, la fonction de coût généralisé CG1 est la même pour tous les individus du segment, et ce coût généralisé peut être alors représenté en ordonnées.

Encadré 1 - Cas où le temps de trajet n'intervient pas sous une forme linéaire simple

Si Ti diminue d'une quantité marginale dTi, les prix et les autres Tj restant constants, la fonction de demande devient :

(1) Parfois également en fonction d'autres éléments comme le niveau de confort ou la fiabilité, mais les paramètres essentiels restent la plupart du temps le prix et le temps de parcours.
(2) En termes techniques, l'hypothèse la plus simple consiste à supposer que la fonction d'utilité sous-jacente est quasi-linéaire.

$Fi(\{Pj\} ; T1, T2, \ldots Ti+dTi, \ldots .Tn)=Fi(\{Pj\}, \{Tj\})+ (\partial Fi/\partial Ti) *dTi$

Le surplus total, égal à l'aire sous la courbe de demande et au-dessus de l'horizontale de prix Pi, passe de :

$Sr=\int_{P>Pr} Fi*dP$

à

$Sp=\int_{P>Pr} (Fi+(\partial Fi/\partial Ti) *dTi)*dP$

Il augmente de :

$dS=\int_{P>Pr} (\partial Fi/\partial Ti) *dTi *dP$

Si la diminution de temps de trajet n'est pas marginale, la variation de surplus est :

$\Delta S=\int_{P>Pr} (\int (\partial Fi/\partial Ti) *dTi) *dP$

Encadré 2 - Cas où le temps de trajet varie en fonction du niveau de trafic

Jusqu'ici on a considéré que le temps de trajet était une variable exogène. Mais ce temps peut varier en fonction du niveau de trafic sur certaines parties du réseau empruntées par le segment de demande analysé. Ce trafic peut provenir uniquement de ce même segment (cas a) : T fonction uniquement de Fi) ou d'autres segments également (cas b) : T fonction de Fi et d'autres composantes de trafic Gj : par exemple le temps de parcours en voiture peut dépendre du trafic de poids lourds sur un des tronçons empruntés). Il convient en tout cas de prendre en compte la variation d'utilité correspondante, en sus des éléments pris en compte précédemment; ainsi quand le trafic passe de Fi à Fi + dFi :

$dU_{temps} = (\partial U/\partial Ti)*(dTi/dFi)* Fi$ (cas a))

$dU_{temps} = (\partial U/\partial Ti)*(\partial Ti/\partial Fi)* Fi$ (cas b))

Cette correction correspond au fait que le nouvel arrivant prend en compte, dans son choix individuel, son propre temps de parcours et l'éventuelle congestion qu'il rencontre, mais qu'il ne tient pas compte de l'externalité qu'il crée sur les autres usagers.
Autrement dit, à prix fixés et temps de trajet (hors Ti) fixés, si quelques usagers supplémentaires arrivent sur i, les usagers initiaux conservent le choix i[1] et subissent l'externalité de congestion.

Pour le mode routier, les modèles de trafic utilisent généralement des courbes débit-vitesse qui permettent de relier niveau(x) de trafic et temps de parcours; en modélisant de façon suffisamment fine les flux, ils arrivent à capter des effets indirects souvent complexes, en reproduisant un équilibre final résultant de multiples effets conjugués (par exemple, un segment de demande qui, si le projet est réalisé, diminue son trafic sur un tronçon, peut rendre plus intéressant le temps de parcours sur ce tronçon et rendre en retour ce tronçon plus attractif pour d'autres segments).

En pratique, si la fonction d'utilité est un coût généralisé linéaire tel qu'indiqué plus haut, on calcule la variation des temps de parcours totaux en la valorisant avec le coefficient h :

$h * \int F1*dT1$ (E3)

et on l'ajoute à (E1)[2]

(1) Sauf s'ils étaient indifférents entre i et une autre option k et basculent alors sur l'option k, mais cela est bien pris en compte dans la courbe de demande, qui représente le solde net des entrées et sorties de l'option i.
(2) Quand le prix P1 ne varie pas, (E1) donne 0 et ce qu'on y ajoute est bien égal à (E2).

Quand h varie (cas des modèles prix-temps, par exemple) le calcul est un peu plus complexe mais similaire (on utilise la loi de distribution des valeurs de h et les valeurs d'indifférence de h qui rendent indifférent entre choisir l'option i et choisir une autre option).

Pour des fonctions d'utilité moins simples mais de la forme – p + f (T) il est possible d'utiliser des méthodes similaires.

2 L'approche par les fonctions d'utilité utilisées dans les modèles de trafic

Dans la mesure où l'on utilise un modèle de choix discret pour estimer les trafics et l'impact du projet sur ces derniers, chaque individu est supposé valoriser chaque option pour une utilité Ui qui peut dépendre de pi et de Ti (supposée indépendante des autres choix et de leurs paramètres); cette formalisation couvre également l'absence de déplacement (représenté par exemple par l'indice 0 avec T0 = 0). La fonction d'utilité u peut avoir une forme simple, comme les coûts généralisés vus plus haut, ou des formes plus complexes.

Certaines formes de fonctions d'utilité[1], si elles sont utilisées de façon cohérente sur l'ensemble des étapes du modèle de trafic, peuvent donner lieu à des formules de calcul explicites de la variation d'utilité globale des usagers entre deux situations caractérisées par des paramètres différents. Un autre cas favorable est celui où le modèle de trafic est capable d'identifier chaque individu (ou chaque petit groupe d'individus qui adopte systématiquement le même comportement) ainsi que son utilité initiale et son utilité finale : on somme alors les variations d'utilité individuelles pour obtenir la variation d'utilité globale des usagers.

Très souvent, cependant, le modèle de trafic ne se présentera pas dans ces cas favorables (fonctions d'utilité variant selon les étapes du modèle, induction de trafic estimée à part, ….):

il convient alors de définir une procédure de calcul adaptée qui n'introduise pas de biais dans l'estimation finale de la variation de surplus des usagers.
Ce sujet est complexe, nous allons tenter ici de fournir quelques pistes pour aider à définir, en fonction des caractéristiques d'un modèle donné, une méthode de calcul de surplus adaptée.

Chaque individu choisit l'option qui lui donne l'utilité maximale.

Raisonnons maintenant pour une option i quelconque :

- quand les paramètres des autres options ne changent pas, pour tout individu, leurs utilités demeurent fixes (uj= constante pour j différent de i); regardons ce qui se passe quand les paramètres relatifs à i varient ;
- pour tout individu :
  - → soit il avait choisi i au début pour son utilité ui et il maintiendra ce choix tant que ui n'aura pas diminué assez pour que l'individu bascule sur une autre option j (s'il ne bascule pas sa variation d 'utilité est égale à la variation des ui; sinon, elle est égale à la différence entre uj et la valeur initiale de ui) ;

(1) C'est le cas par exemple de la loi de Gumbel utilisée dans les modèles de type logit.

→ soit il avait choisi au début une option j autre que i, et il maintiendra ce choix tant que ui n'aura pas augmenté assez pour que l'individu bascule sur l'option i (s'il ne bascule pas sa variation d 'utilité est nulle; sinon, elle est égale à la différence entre la valeur finale de ui et uj).

Au total, quand seuls les paramètres d'une option i changent : p**our les individus ayant conservé le choix i pendant tout le processus, leur variation d'utilité correspondra à leur variation totale de ui ; pour ceux qui prennent ou abandonnent ce choix de i au cours du déroulement des variations des paramètres de i, leur variation d'utilité correspondra à la variation de ui pendant la phase où ils l'auront adopté.**

On peut itérer ce raisonnement en considérant ensuite une seconde option k dont les paramètres peuvent varier, les échanges éventuels entre k et une option différente de i sont traités de la même manière que précédemment, et les échanges éventuels entre k et i correspondent à une variation de l'utilité ui pendant le temps où l'option i est choisie et une variation de l'utilité uk pendant le temps où c'est k qui est choisie. On peut alors généraliser le constat ci-dessus : quand les paramètres de plusieurs options changent : p**our les individus ayant conservé le même choix i pendant tout le processus, leur variation d'utilité correspondra à leur variation totale de ui ; pour ceux qui changent de choix au cours du déroulement des variations des paramètres, leur variation d'utilité correspondra à la variation de chaque ui pendant la phase où ils l'auront adopté.**

On peut donc tenter d'utiliser l'information disponible dans le modèle sur les changements de comportement, pour en déduire des informations sur les variations d'utilité. Le modèle pourra par exemple produire des informations sur les conditions dans lesquelles tel type d'usager changera d'option, ou sur le nombre d'usagers qui basculera d'une option i sur une option k entre la situation initiale et la situation finale.

Le traitement de quelques cas particuliers est présenté en encadré. La question de la variation conjointe de plusieurs paramètres, dans un cadre plus général, est évoquée au 4).

Encadré : quelques cas particuliers

Cas particulier 1 : quand la fonction d'utilité correspond à un coût généralisé (en fait, est égale à l'opposé d'un coût généralisé) de paramètres communs à tous les individus, on obtient une formule de variation de surplus identique à (E2) mais obtenue en intégrant verticalement plutôt qu'horizontalement sur le diagramme en (CG, H). Et quand une autre option voit ses paramètres varier, on peut appliquer le raisonnement précédent : la variation d'utilité est encore obtenue en intégrant verticalement sur chacun des 2 diagrammes en (CG, H).

Cas particulier 2 : quand les performances (paramètres Ti) des options restent fixes et que seuls leurs prix changent, si les fonctions d'utilité sont quasi-linéaires (ie de la forme -p +f (T)) alors la variation d'utilité d'un individu correspondra à la variation du prix pj de l'option j qu'il choisit, tant que celle-ci demeure inchangée, et le surplus global sera donné par la formule (E1) appliquée et sommée sur toutes les options.

Cas particulier 3 : quand les fonctions d'utilité d'un segment de demande pour chaque option i sont données par une fonction d'utilité « moyenne » à laquelle s'ajoute un terme aléatoire, connu à travers une loi de distribution et supposé rester inchangé au cours du temps pour un individu donné[1] (sa valeur pour un individu donné résulte du tirage aléatoire selon la loi de distribution et reste attachée à cet individu) alors d'après le raisonnement général ci-dessus, comme on n'a besoin de calculer que des différences d'utilité relatives à une même option i, le terme aléatoire propre à chaque individu disparaît et ne reste à calculer que la variation d'utilité « moyenne » commune à tous les individus du segment.

Cas particulier 4 : quand la fonction d'utilité comporte des termes communs à tous les usagers du segment et un paramètre aléatoire (cas 3 ci-dessus ou cas des modèles prix-temps par exemple) la connaissance de la fonction de distribution de ce paramètre aléatoire permet d'obtenir des informations sur la gamme de valeurs du terme aléatoire correspondant à chaque changement d'option (valeurs de paramètre rendant indifférent entre 2 options), et, par conséquent, sur la distribution des variations d'utilité des sous-populations correspondant à chaque comportement (on est alors ramené à des calculs d'espérances conditionnelles).

Cas particulier 5 : le trafic induit (on appellera ici les usagers changeant de l'option 0, donc qui ne se déplacent pas en situation sans projet, pour une option i>0, donc qui se déplacent en présence du projet) : les modèles estiment en général que l'utilité de l'option 0 demeure constante. On peut alors approximer la variation d'utilité du trafic induit par la moitié de la variation d'utilité que l'usager aurait obtenu s'il avait choisi l'option i en situation initiale et l'avait conservé en situation finale.

Une attention particulière doit être accordée au cas des projets offrant une option de transport entièrement nouvelle, par opposition à l'amélioration des performances (prix, temps de trajet, …) d'une option préalablement existante. En effet, les calculs de variation d'utilité seront en général très sensibles à la forme et la précision de la partie haute de la courbe de demande inverse (trafics estimés pour de fortes valeurs du prix de l'option nouvelle). Il serait donc souhaitable d'estimer cette imprécision, voire dans certains cas de tronquer la courbe de demande inverse pour éviter d'introduire un biais.

3 L'utilisation des valeurs de référence pour le calcul de surplus

Les valeurs de référence fournies pour la valeur du temps (confort et fiabilité également) fournissent une version simplifiée et approximative, de la fonction d'utilité des usagers, qui se traduit sous forme de coût généralisé quand on y ajoute les coûts monétaires pour l'usager.

On applique alors les principes ci-dessus, en utilisant (E2) sur les options concernées par le segment de demande considéré, complétée si nécessaire (ie en présence de congestion) par (E3).

La principale difficulté consiste à bien choisir la valeur du temps prise en compte pour valoriser la congestion.

Si l'on ne dispose pas des courbes de demande mais uniquement des points de départ (situation sans projet) et d'arrivée (situation avec projet) la moins mauvaise

(1) C'est le cas notamment des modèles logit.

approximation consiste à extrapoler linéairement, ce qui correspond à la « règle de la moitié » utilisée classiquement[1].

Pour chaque option i, on utilisera la valeur du temps modale de l'option i pour valoriser les variations de coût généralisé de référence des usagers qui conservent l'option i entre la situation initiale et la situation finale. En l'absence d'information sur les transferts entre options, on supposera que ces usagers conservant i correspondent au minimum des trafics de l'option i entre situation initiale et finale. Pour le reste de la courbe de demande, la question peut se poser du choix de la valeur de référence : intuitivement, un usager transféré de la route sur le rail (ou l'inverse) a des chances d'avoir une valeur du temps intermédiaire entre celles de ces deux modes. Mais si l'on ne connaît pas l'ampleur de ces transferts on ne saura pas comment procéder à ce calcul. On pourrait alors être tenté d'utiliser la valeur du temps « tous modes » correspondant à la gamme de distances de l'origine-destination du segment considéré. Ce faisant, tout usager transféré serait compté à la même valeur sur la part de la variation de surplus qu'il réalise dans chacun des deux modes. Mais on introduirait un biais systématique, positif en faveur des modes à valeur du temps faible, et négatif pour les modes à valeur forte. En outre, cette courbe comporte du trafic induit, correspondant donc à de nouveaux déplacements, c'est probablement une valeur de temps voisine de celle du mode choisi qui serait plus adaptée qu'une valeur « tous modes ». Aussi, faute de mieux, il est préconisé de conserver pour valeur du temps la valeur modale de l'option i, pour le reste de la courbe de demande.

Si l'on peut, maintenant, identifier les transferts entre options, on pourra alors estimer plus précisément le trafic qui conserve l'option i, et avoir des informations supplémentaires sur les ordres de grandeur des valeurs du temps des usagers qui basculent de i sur k (ou l'inverse). Faute d'autres éléments, on utilisera la moyenne des valeurs modales des options i et k pour valoriser les variations de coût généralisé de référence des échanges entre i et k. Pour le trafic induit qui s'exprime sur l'option i, on utilisera la valeur modale de l'option i[2].

Il faut cependant noter une difficulté éventuelle : dans les décisions de transfert entre options, les usagers prennent en compte des informations non contenues dans un simple coût généralisé. Les modèles de trafic utilisent ainsi des paramètres pour capter ces effets, souvent sous la forme de constantes modales par exemple. Si ces constantes modales s'avèrent avoir un rôle important, le calcul de surplus effectué avec le coût généralisé pourra parfois poser des problèmes, qu'il conviendra alors d'analyser (par exemple, pour un transfert d'usagers entre i et k, à partir d'une estimation du poids du différentiel des constantes modales de i et k par rapport au résultat du calcul de coût généralisé de référence).

Comme pour les valeurs de surplus estimées à partir des fonctions d'utilité des modèles, des recherches seraient à mener pour affiner ces méthodes de valorisation avec les coûts généralisés de référence[3].

---

(1) On aura alors une légère sous-estimation ou surestimation selon que la courbe de demande est plutôt concave ou plutôt convexe.

(2) Des recherches seraient à mener pour affiner ces méthodes.

(3) Ainsi, la valeur du temps de référence pour chaque mode correspond en quelque sorte à une valeur moyenne issue des conditions de concurrence moyennes entre les modes. Le modèle de trafic, qui représente les conditions de concurrence entre les options, peut éventuellement permettre d'affiner, par exemple, la valeur du temps pour les usagers échangés entre modes (plutôt

4 Variation des paramètres de plusieurs options pour un calcul avec les fonctions d'utilité du modèle de trafic

Si le changement de valeur de paramètres ne concerne pas une seule mais plusieurs options, par exemple deux modes ou deux itinéraires dont les prix et les temps de trajet changent simultanément, la situation est plus compliquée dans le cas général. On l'explorera en considérant le cas où la combinaison du prix et du temps intervient sous la forme du coût généralisé (des extensions lorsque le temps n'intervient pas sous forme de coût généralisé sont possibles dans la ligne de ce qui est présenté dans l'encadré 1). Supposons par exemple que les options 1 et 2 voient leurs coûts généralisés changer. Il serait alors assez intuitif de mesurer le surplus total des consommateurs par l'expression :

dS=H1*dCG1+H2*dCG2 (1)

Cette formule n'est valable que si les variations de coûts généralisés sont marginales et n'entraînent que des variations marginales des trafics H1 et H2. C'est rarement le cas, car en général les variations des trafics H1 et H2 ne sont pas du second ordre. Il est alors tentant d'exprimer la variation de surplus sous la forme :

ΔS=∫ H1*dCG1+ ∫ H2*dCG2

Mais cette intégrale n'a pas de sens, dans la mesure où elle ne peut se calculer indépendamment du cheminement qui fait passer des coûts généralisés initiaux aux coûts généralisés finaux, sauf si on a la condition bien connue :

(∂H1/∂CG2)= (∂H2/∂CG1)

Cette condition est remplie si le modèle de trafic est fondé sur une fonction d'utilité représentative du comportement des usagers qui est suivie tout au long de ses différentes étapes. Alors, selon les résultats bien connus de l'analyse micro-économique, les fonctions de demande sont les dérivées partielles de la fonction d'utilité, la variation de surplus mesure la variation d'utilité et peut s'exprimer sous la forme :

$$\Delta S = \int_{CG1}^{CG1+\Delta CG1} H1(cg1, CG2).d\,cg1 + \int_{CG2}^{CG2+\Delta CG2} H2(CG1+\Delta CG1, cg2).dcg2 \qquad (2)$$

Lorsqu'il n'en est pas ainsi il est facile de montrer en quoi le résultat dépend du cheminement, comme le montre l'encadré joint sur un exemple.

---

que prendre une moyenne simple entre les valeurs modales de référence, utiliser une moyenne pondérée différemment en utilisant des informations issues du modèle sur les niveaux de concurrence). Cependant, tant que des travaux de recherche n'auront pas validé des méthodes plus précises, il conviendra d'utiliser des moyennes simples.

Encadré 3 : Conditions de dépendance du surplus à l'égard du cheminement

Prenons l'exemple de fonctions de demande linéaires :

H1 = E11*CG1 + E12*CG2 + t1

H2 = E21*CG1 + E22*CG2 + t2

Si CG1 varie de dCG1 et CG2 de dCG2, on a :

dS = H1*dCG1 + H2*dCG2 = t1*dCG1 + t2*dCG2 + (E11*CG1 + E12*CG2)*dCG1 + (E21*CG1 + E22*CG2)*dCG2 = t1*dCG1 + t2*dCG2 + E11*CG1*dCG1 + E22*CG2*dCG2 + [E12*CG2*dCG1 + E21*CG1*dCG2]

Si on cherche à calculer l'intégrale de cette expression lorsque CG1 et CG2 varient de leur valeur initiale à leur valeur finale, on n'a pas de mal à le faire pour les termes situés dans la première accolade de l'expression ci-dessus ; mais il n'en va pas de même pour les termes en grisé, qu'on ne peut calculer que si E12=E21 ; alors l'intégrale est égale à : ½*CG1*CG2.

Si cette condition n'est pas remplie, le résultat dépend du chemin. Pour le voir, prenons deux chemins simples, chacun en deux étapes. Dans le premier, on commence par faire varier CG1 de sa valeur initiale à sa valeur finale, CG2 restant constant et maintenu à sa valeur initiale, puis on fait varier CG2 de sa valeur initiale à sa valeur finale, CG1 étant maintenu à sa valeur finale. Pour le terme en grisé, la première étape conduit à : E12*CG2*ΔCG1. La seconde conduit à : E21*(CG1 + ΔCG1)* ΔCG2. Soit au total :

E12*CG2*ΔCG1+ E21*(CG1+ ΔCG1)* ΔCG2= E12*CG2*ΔCG1+ E21*CG1* ΔCG2+E21* ΔCG1* ΔCG2 (3)

Si on définit l'autre chemin par interversion des étapes, c'est-à-dire qu'on commence par faire varier CG2, CG1 restant constant, puis CG1, CG2 restant constant à sa valeur finale, on voit qu'on obtient une expression analogue à la précédente, obtenue à partir d'elle en intervertissant les indices 1 et 2. Tous les termes sont les mêmes sauf le dernier, qui est dans le premier chemin : E21* ΔCG1* ΔCG2, et dans le second : E12* ΔCG2* ΔCG1. Ces deux termes ne sont égaux que si : E12 = E21.

D'où la procédure proposée pour le calcul avec un modèle, dans ce cas plus complexe :

- d'abord analyser la structure du modèle de trafic pour diagnostiquer s'il correspond bien à l'utilisation, à travers toutes ses étapes, d'une fonction d'utilité « canonique » ;
- contrôler les résultats de ce diagnostic en vérifiant si quelques dérivées croisées sont ou non égales ;
- si c'est le cas on peut calculer le surplus en intégrant l'expression (1) ; on peut par exemple le faire en décomposant le changement total en deux étapes telles que celles utilisées dans l'encadré : on fait le changement sur l'option 1, l'option 2 n'étant pas changée, puis à partir de là on fait le changement sur l'option 2, l'option 1 étant portée à sa valeur finale. On obtient alors la formule (2). Tout chemin doit donner le même résultat. Si les fonctions de demande sont linéaires, on peut utiliser la formule (3)[1] ;

(1) Dans la mesure où il n'y a pas plus de deux options en présence, car nous nous situons dans des modèles de choix discret (cf. Jaffe et Weyl 2010).

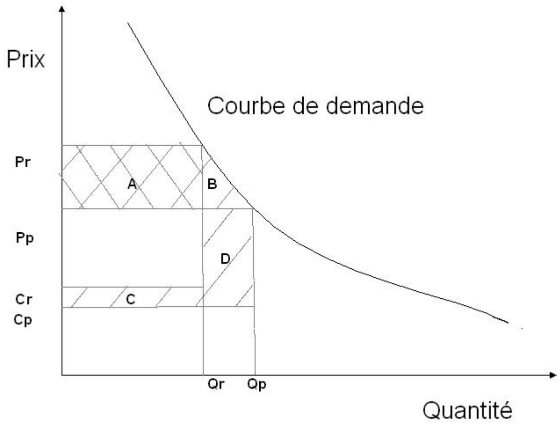
– si on ne peut pas faire l'hypothèse que le modèle de trafic dérive d'une fonction d'utilité (par sa structure ou parce que les dérivées croisées sont trop différentes), on calculera le surplus total en utilisant deux chemins du type de ceux décrits plus haut (formule 2 dans le cas de fonctions de demande quelconques, formule 3 dans le cas de fonctions de demande linéaires) et on fera la moyenne des résultats, dont la différence donnera une idée de l'imprécision de la démarche.

Encadré : commentaire sur le passage du calcul de surplus de l'usager au calcul de surplus collectif

En général, une grande partie de la variation de surplus de l'usager correspond à une variation exactement opposée du surplus du producteur du service de transport (c'est même la quasi-totalité dans le cas (E1)). Hors effets de congestion, ce qui est important, en valeur agrégée, correspond alors, d'un côté, à la variation de surplus des usagers transférés ou induits et, de l'autre côté, à la variation de profit du producteur, qui combine les effets de la variation de ses coûts de production et (voir chapitre sur la concurrence imparfaite) et de la variation de ses marges.

La variation du surplus collectif repose donc sur la bonne représentation, d'un côté, des basculements de choix entre les options offertes et, de l'autre côté, sur la bonne représentation des coûts (et le cas échéant de la concurrence imparfaite) ; il convient également bien entendu d'y ajouter les variations d'externalités.

Figure 2 : visualisation de la variation des surplus usagers et opérateur



Le coût marginal de production est supposé constant pour simplifier, il est de Cr dans la situation initiale et de Cp dans la situation finale.

La variation de surplus des usagers correspond à la somme des aires A et B.

La variation pour l'opérateur correspond à la somme des aires C (amélioration de la marge sur le trafic initial) et D (marge sur le nouveau trafic), diminuée de l'aire A (perte de marge sur le trafic initial).

La variation globale pour usagers et opérateur correspond à la somme des aires B, C, D.

Ces commentaires montrent que le champ des recherches sur les modalités de calcul des surplus, déjà fort riche pour le surplus des usagers, l'est également au niveau du surplus collectif, et que les aspects concurrentiels peuvent y avoir une place déterminante.

Bibliographie :

De Jong, G., Daly A., Pieters M. et van der Hoorn T. (2007). The logsum as an evaluation measure: Review of the literature and new results.Transportation Research Part A: Policy and Practice 41/9, p.874–889

Jaffe S. et Weyl, E.G. (2010). Linear demand systems are inconsistent with discret choice. *The B.E. Journal of Theoretical Economics*, 2010, vol. 10/1, p.1-8

McFadden, D. (1981) Econometric models of probabilistic choice. In Manski, C. and McFadden, D. (eds) *Structural Analysis of Discrete Data: With Econometric Applications*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Small, K. A. and Rosen, H. S. (1981). Applied welfare economics with discrete choice models.Econometrica 49, p. 105-130.

Willig R. (1976). Consumer's surplus without apology. The American Economic Review 66/4, p.589-497.